

# Máquinas asíncronas

## 4.1. INTRODUCCIÓN

El principio de funcionamiento de las máquinas asíncronas se basa en el concepto de campo magnético giratorio, ya explicado en el Capítulo 2. El descubrimiento original fue publicado en 1888 por el profesor Galileo Ferraris en Italia y por Nikola Tesla en los Estados Unidos. Ambos diseños de motores asíncronos se basaban en la producción de campos magnéticos giratorios con sistemas bifásicos, es decir, utilizando dos bobinas a  $90^\circ$  alimentadas con corrientes en cuadratura. Desgraciadamente, el motor bifásico de Ferraris tenía un circuito magnético abierto y un rotor en forma de disco de cobre, por lo que desarrollaba una potencia muy baja y no tenía interés comercial. Sin embargo, Tesla, que dio a conocer su motor dos meses más tarde que Ferraris, utilizó devanados concentrados tanto en el estátor como en el rotor, logrando con ello un motor más práctico, y de ahí que se considere a Tesla el inventor de este tipo de máquinas. Las patentes de Tesla fueron adquiridas por G. Westinghouse, quien construyó en sus fábricas motores bifásicos que puso en el mercado alrededor de 1890. En este mismo año el ingeniero de la AEG Dolivo Dobrowolsky inventó el motor asíncrono trifásico, empleando un rotor en forma de jaula de ardilla y utilizando un devanado distribuido en el estátor. En el año 1891 Dobrowolsky presentó en la Exposición de Electricidad de Frankfurt un motor asíncrono con rotor devanado que disponía de un reóstato de arranque a base de resistencias líquidas. En el año 1893 Dobrowolsky había desarrollado también motores asíncronos con doble jaula de ardilla, que poseían mejores cualidades de arranque que el motor en cortocircuito convencional (sin embargo, fue el francés P. Boucherot quien más investigó con este tipo de rotor). A principios del siglo XX se impuso el sistema trifásico europeo frente al bifásico americano, por lo que las máquinas asíncronas empezaron a ser (y son) trifásicas.

La diferencia de la máquina asíncrona con los demás tipos de máquinas se debe a que no existe corriente **conducida** a uno de los arrollamientos. La corriente que circula por uno de los devanados (generalmente el situado en el rotor) se debe a la f.e.m. inducida por la acción del flujo del otro, y por esta razón se denominan **máquinas de inducción**. También reciben el nombre de **máquinas asíncronas** debido a que la velocidad de giro del rotor no es la de sincronismo impuesta por la frecuencia de la red. La importancia de los motores asíncronos se debe a su construcción simple y robusta, sobre todo en el caso del rotor en forma de jaula, que les hace trabajar en las circunstancias más adversas, dando un excelente servicio con pequeño mantenimiento. Hoy en día se puede decir que más del 80 por 100 de los motores eléctricos industriales emplean este tipo de máquina, trabajando con una frecuencia de alimentación constante. Sin embargo, históricamente su inconveniente más grave ha sido la limitación para regular su velocidad, y de ahí que cuando esto era necesario, en diversas aplicaciones como la

tracción eléctrica, trenes de laminación, etc., eran sustituidos por motores de c.c., que eran más idóneos para este servicio. Desde finales del siglo XX y con el desarrollo tan espectacular de la electrónica industrial, con accionamientos electrónicos como inversores u onduladores y cicloconvertidores, que permiten obtener una frecuencia variable a partir de la frecuencia constante de la red, y con la introducción del microprocesador en la electrónica de potencia, se han realizado grandes cambios, y los motores asíncronos se están imponiendo poco a poco en los accionamientos eléctricos de velocidad variable. En el Capítulo 7 se estudian estos convertidores electrónicos y su aplicación en la regulación de velocidad de motores eléctricos tanto de c.c. como de c.a.

Este capítulo comienza explicando los aspectos constructivos de los motores asíncronos, enseñando la forma del estátor y los distintos tipos de rotor; se muestra el detalle de la caja de bornes del motor y sus formas de conexión. Se estudia luego el principio de funcionamiento de los motores asíncronos trifásicos y se calculan las relaciones de f.e.m.s. y corrientes en los devanados del estátor y del rotor y se define el concepto de deslizamiento. Se incluye una sección de comentarios prácticos para explicar por una parte, que la acción de las fuerzas en el rotor se produce en las ranuras, y no en los conductores y por otra parte se enseña a dibujar el esquema eléctrico de un devanado trifásico y se comprueba la forma en que se forman los polos del estátor. A partir de estos estudios iniciales, se establece el circuito equivalente de la máquina, en la que se aprovecha su gran analogía con el transformador. Se hace especial hincapié en el significado de la resistencia de carga, *responsable* de la energía mecánica que se produce en el árbol de la máquina. Se advierte del riesgo de utilizar circuitos equivalentes aproximados para estudiar estas máquinas debido a que la corriente de vacío es comparativamente más alta que en el caso de transformadores. Se establece con ello un circuito equivalente aproximado con ajuste de tensión, que suele dar buenos resultados en la práctica. A continuación se señalan los ensayos necesarios para determinar los parámetros del circuito equivalente, lo que permite más tarde hacer un estudio analítico del balance de potencias en el motor y su distribución en las diversas partes que componen la máquina, obteniendo una serie de relaciones útiles entre ellos. Se incluye una sección de ampliación para explicar cómo se puede medir con precisión la velocidad de estos motores, para reducir al máximo los errores en la determinación del deslizamiento. Se define entonces el concepto de par electromagnético de rotación y se llega a una fórmula analítica que muestra la dependencia con los principales parámetros de la máquina. Se dibuja la curva par-velocidad de la máquina, distinguiendo la característica natural de las artificiales, obteniendo una serie de expresiones que permiten dibujar las características artificiales a partir de la natural, lo que simplifica el trabajo gráfico. Se explican los modos de funcionamiento de la máquina asíncrona, analizando con detalle el trabajo en régimen motor, generador y freno. En cada caso se utilizan figuras que explican con sencillez las transferencias de energía que se producen entre los terminales eléctrico y mecánico. Se introduce a continuación una sección de comentarios prácticos para que el estudiante sepa interpretar con claridad y soltura los datos que el constructor inscribe en la placa de características de estos motores, para no cometer errores en los tipos de conexiones que deben emplearse, según cuál sea el valor de la tensión de alimentación y el procedimiento de cálculo que debe seguirse para deducir los valores de las diversas variables que intervienen en el funcionamiento del motor.

Continúa el capítulo explicando el diagrama del círculo como procedimiento gráfico que permite determinar el comportamiento de la máquina, observando el lugar geométrico de las corrientes del motor, donde puede medirse a escala las diferentes variables que son de interés en el estudio de la máquina. En la actualidad el diagrama del círculo, gracias a los ordenadores y calculadoras existentes en el mercado, ha perdido importancia, pero se ha incluido aquí

por su importancia histórica y didáctica. Se estudian más tarde los métodos de arranque de los motores trifásicos según sean en jaula de ardilla o con rotor devanado. Se incluye además una sección de comentarios prácticos en la que se explican los elementos más importantes que componen los automatismos utilizados para la maniobra de máquinas eléctricas a base de contactores y se aplican después estos conceptos para explicar el arranque estrella-triángulo de un motor trifásico con ayuda de contactores. Se explican los motores de doble jaula de ardilla, deduciendo de un modo intuitivo el circuito equivalente correspondiente y se describen los tipos constructivos de motores asíncronos clasificados en las normas americanas NEMA. A continuación se trata el tema de regulación de velocidad, analizando con detalle el motor de dos velocidades, que corresponde a la conexión Dahlander. Se incorpora una pregunta en la que se estudia la dinámica del motor asíncrono y se determinan los tiempos de aceleración y las pérdidas de energía que se producen en el proceso de arranque y frenado. Continúa el capítulo con el estudio de los motores asíncronos monofásicos, en los que se deduce el circuito equivalente de un modo heurístico y en el que se explican los procedimientos de arranque de estas máquinas. Se incide en esta sección sobre la forma de conectar un motor trifásico para que pueda funcionar en redes monofásicas. El capítulo continúa con un estudio del funcionamiento del motor asíncrono trifásico cuando está alimentado por tensiones trifásicas desequilibradas y también se introduce una sección de ampliación en la que se explica la influencia de los armónicos de f.m.m. en el comportamiento de estos motores, describiendo el fenómeno de Görge, que aparece en un motor trifásico cuando el rotor está desequilibrado. La lección finaliza con la descripción de algunas máquinas asíncronas especiales tales como el regulador de inducción, los *selsyns* o ejes eléctricos y el motor de inducción lineal.

## 4.2. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

La máquina asíncrona o de inducción al igual que cualquier otro dispositivo de conversión electromecánica de la energía de tipo rotativo, está formada por un estátor y un rotor. En el estátor se coloca normalmente el inductor, alimentado por una red mono o trifásica. El desarrollo de este capítulo se dedica a la máquina trifásica, exceptuando el epígrafe 4.13, donde se estudiará el funcionamiento y arranque de los motores monofásicos. El rotor es el inducido, y las corrientes que circulan por él aparecen como consecuencia de la interacción con el flujo del estátor. Dependiendo del tipo de rotor, estas máquinas se clasifican en: *a) rotor en jaula de ardilla o en cortocircuito*, y *b) rotor devanado o con anillos*.

El estátor está formado por un apilamiento de chapas de acero al silicio que disponen de unas ranuras en su periferia interior en las que se sitúa un devanado trifásico distribuido,

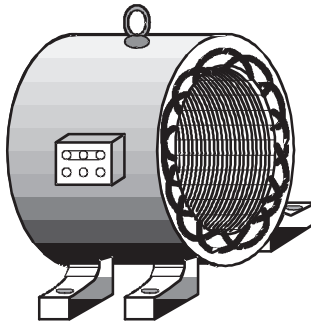


Figura 4.1. Estátor de un motor asíncrono.



## AMPLÍE SUS CONOCIMIENTOS

### Medida del deslizamiento de un motor asíncrono

El deslizamiento de un motor asíncrono viene expresado según (4.4) por el cociente:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (1)$$

la velocidad de sincronismo es función de la frecuencia de alimentación de la red  $f_1$  y del número de pares de polos  $p$  ( $n_1 = 60f_1/p$  en r.p.m.) y la velocidad  $n$  es la que tiene el rotor en r.p.m. que se puede medir con un tacómetro. Teniendo en cuenta sin embargo, que la diferencia  $n_1 - n$  es muy pequeña, cualquier error de lectura con el tacómetro tiene como consecuencia un error importante en la determinación del deslizamiento. Para que el lector se haga una idea de la situación; supóngase un motor trifásico de 4 polos y 50 Hz; la velocidad de sincronismo correspondiente será de 1.500 r.p.m. y si el rotor gira a una *velocidad real* de 1.440 r.p.m., el deslizamiento real será según (1) del 4 por 100. Ahora bien si se mide la velocidad con un tacómetro mecánico u óptico que tenga un error del 1 por 100, el valor resultante sería de  $1.440 + 1\%$ .  $1.440 = 1.454,4$  r.p.m., dando lugar a un deslizamiento de 3,04 por 100, que supone un error cercano al 25 por 100 respecto al valor verdadero, lo cual resulta inadmisibile. Es por ello que cuando se ensayan motores asíncronos no se deben emplear tacómetros para la determinación del deslizamiento. Existen diversos métodos prácticos para determinar el deslizamiento de un motor asíncrono en el Laboratorio y que se van a comentar a continuación:

#### a) Método estroboscópico

Este procedimiento es muy exacto y consiste en fijar en el extremo del eje del motor un disco de cartón dividido en sectores idénticos negros y blancos alternados y con un número de cada color igual al de polos de la máquina; es decir hay  $2p$  sectores negros y otros  $2p$  sectores blancos (ver Figura 4.18 en la que se ha supuesto que la máquina tiene cuatro polos). Este disco se ilumina con una lámpara de descarga tipo neón, alimentada por una de las fases de la red a la que se conecta el motor. El brillo de esta lámpara pasará por dos máximos de tensión en cada período o ciclo de la red, y si se supone que la frecuencia es de 50Hz, dará lugar a una iluminación que provocará 100 destellos por segundo.

Si se supone que el rotor gira a la velocidad de sincronismo, y se denomina  $\omega_1$  a la pulsación de la tensión de la red, la velocidad angular mecánica de giro del rotor  $\Omega_1$ , en rad/s, tendrá un valor:

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{2\pi}{pT} \quad (2)$$

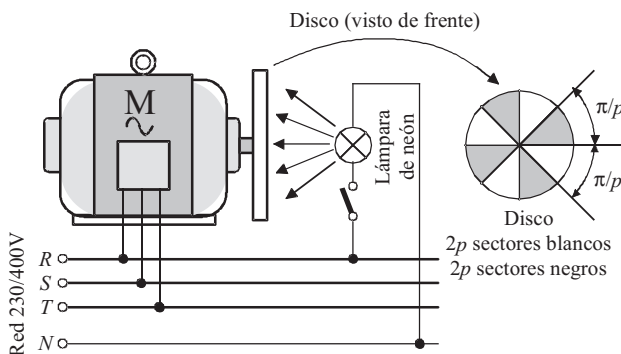


Figura 4.18. Medida de la velocidad por el método estroboscópico.

donde se ha llamado  $T=1/f_1$  al período de la tensión de la red, es por ello que el ángulo geométrico descrito por el rotor en un semiperíodo  $T/2$  será:

$$\alpha = \Omega_1 \cdot \frac{T}{2} = \frac{\pi}{p} \quad (3)$$

que de acuerdo con la Figura 4.18 coincide con el ángulo geométrico entre dos sectores negros (o blancos) consecutivos. Lo cual indica que si el rotor girase a la velocidad de sincronismo, el disco parecería inmóvil, pues en el transcurso de un destello de la lámpara al siguiente, cada sector negro pasaría a ocupar exactamente la posición del anterior. Pero como quiera que el motor gira a una velocidad inferior a la de sincronismo, el disco parecerá girar en sentido inverso al de rotación del motor y a una velocidad que es la diferencia entre la de sincronismo y la real del rotor, es decir a la velocidad de deslizamiento  $\Omega_1 - \Omega$  y cuyo valor se obtiene de la definición de deslizamiento:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} \quad (4)$$

Por consiguiente será suficiente medir la velocidad anterior, para determinar el deslizamiento del motor. Para ello se debe tomar un punto de referencia en la carcasa de la máquina, señalándolo por ejemplo con un trozo de tiza, y contando el número de sectores negros  $x$  que aparentemente pasan por él, en un tiempo determinado  $t$ . Con ello se obtiene una velocidad de  $x/t$  sectores negros por segundo, y teniendo en cuenta que el ángulo de paso de un sector negro al siguiente es de  $\pi/p$  radianes, se tendrá el valor de la velocidad mecánica en rad/s:

$$\Omega_1 - \Omega = \frac{x}{t} \frac{\pi}{p} \quad (5)$$

y al sustituir las expresiones (2) y (5) en (4) se obtiene finalmente:

$$s = \frac{\frac{x}{t} \frac{\pi}{p}}{\frac{2\pi f_1}{p}} = \frac{x}{2t f_1} \quad (6)$$

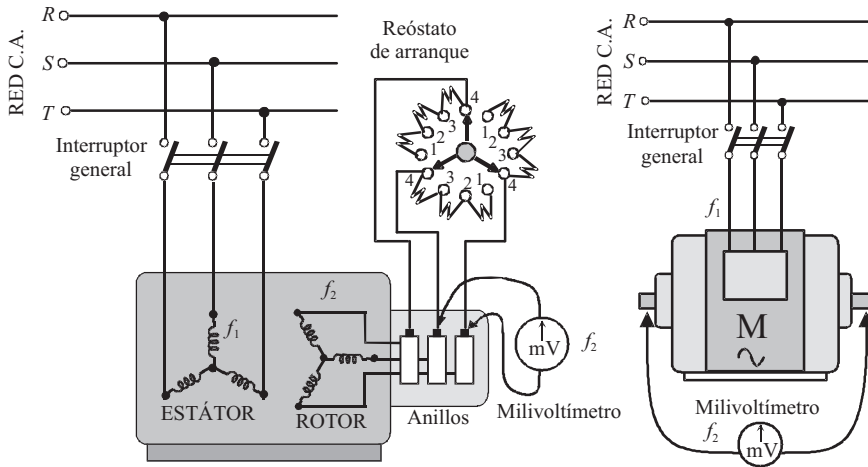
por ejemplo, si pasan por la marca de tiza del estátor 20 sectores negros en 10 segundos, el deslizamiento resultante de acuerdo con la expresión anterior es:

$$s = \frac{x}{2t f_1} = \frac{20}{2 \cdot 10 \cdot 50} = 0,02 = 2\% \quad (7)$$

que corresponde a una velocidad real de rotor en r.p.m.:  $n = n_1(1 - s) = 1.500(1 - 0,02) = 1.470$  r.p.m. Debe destacarse que este método es difícil de aplicar cuando los deslizamientos son superiores al 5 por 100 ya que resulta prácticamente imposible contar los sectores que pasan por la marca del estátor.

### ***b) Método del milivoltímetro (o medida directa de la frecuencia del rotor)***

Este método solamente es aplicable a los motores con el rotor devanado o con anillos. Consiste en medir la frecuencia de las corrientes del rotor con un milivoltímetro de cuadro móvil con el cero central y conectado entre dos anillos del rotor después de poner en cortocircuito el reóstato de arranque, es decir y tal como señala la Figura 4.19a una vez que se ha arrancado el motor, o sea cuando la manivela del reóstato está en la posición 4 en la que quedan cortocircuitados los anillos. *¡Para evitar averías en el aparato de medida es importante no conectar el milivoltímetro hasta no haberse asegurado de que los anillos del rotor están en la posición de cortocircuito!*



**Figura 4.19.** Medida de la frecuencia del rotor con un milivoltímetro.

La frecuencia  $f_2$  de las corrientes del rotor es muy pequeña y según (4.5) es el producto del deslizamiento del motor  $s$  por la frecuencia del estátor  $f_1$ , por lo que si se considera un deslizamiento clásico del 4 por 100, la frecuencia del rotor es de solamente 2 Hz. La pequeña caída de tensión originada por la corriente del rotor entre los puntos de contacto basta para hacer oscilar el milivoltímetro con la misma frecuencia que la corriente del rotor. Para apreciar mejor estas variaciones conviene elegir el momento en que la desviación cambia de sentido y no cuando pasa por cero. El deslizamiento del motor será el cociente entre esta frecuencia y la frecuencia de la red que alimenta al estátor. Al igual que con el método estroboscópico este método es excelente para determinar el deslizamiento del motor siempre que su valor no supere el 5 o el 6 por 100, porque para valores superiores se tienen más de 3 oscilaciones por segundo que son difíciles de contar.

Este método también puede aplicarse a los motores en jaula de ardilla, es suficiente para ello apoyar las escobillas de los terminales del milivoltímetro sobre los extremos del eje del rotor, tal como se muestra en la Figura 4.19b. Hay que tener en cuenta que por el eje pasan líneas de campo magnético que giran con relación a dicho eje a la velocidad relativa del deslizamiento, por lo que el flujo magnético correspondiente induce una f.e.m. entre los extremos del circuito del milivoltímetro, cuya aguja oscila a la frecuencia de la corriente del rotor.

#### 🔧 Ejemplo de aplicación 4.2

Un motor trifásico conectado en estrella, de 15 CV, 380 V, 50 Hz, 4 polos, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos: VACÍO: 380 V, 3 A, 700 W. CORTOCIRCUITO: 100 V, 20 A, 1.200 W. Si la resistencia de cada fase del devanado primario es igual a  $0,5 \Omega$  y las pérdidas mecánicas son de 250 W, calcular los parámetros del circuito equivalente del motor.

#### Solución

a) Las pérdidas en el cobre del primario en vacío son:

$$P_{cu1} = 3 \cdot 0,5 \cdot 3^2 = 13,5 \text{ W}$$



### c) Conmutación estrella triángulo

Este método **solamente** se puede utilizar en aquellos motores que estén preparados para funcionar en **triángulo** con la tensión de la red. La máquina se conecta en estrella en el momento del arranque y se pasa después a triángulo cuando está en funcionamiento. La operación se realiza en la actualidad con automatismo de contactores, con un circuito de fuerza y otro de mando o control; se requieren tres contactores: uno, denominado principal, para la alimentación de los principios de bobina de los devanados del motor; otro contactor se encarga de realizar la conexión del devanado en estrella, y el tercero ejecuta la conexión triángulo; además se necesita un relé de tiempo para ajustar el momento en que se pasa de la conexión estrella a la conexión triángulo. Para facilitar la comprensión de este sistema de arranque estrella-triángulo, en la Figura 4.36 se muestra el esquema de un circuito que utiliza un conmutador manual especial (hoy día está en desuso, pero tiene una gran ventaja didáctica por la simplicidad de su esquema). La posición 1 del conmutador de la Figura 4.36 se emplea para el arranque y conecta los devanados en estrella; el estátor recibe la alimentación por  $U_1$ ,  $V_1$  y  $W_1$  y el conmutador *puntea* los terminales  $U_2$ ,  $V_2$  y  $W_2$ . (Comparar el esquema resultante con el de la Fig. 4.5b). Una vez que la máquina alcanza una velocidad estable el conmutador se pasa a la posición 2, *punteando* los terminales  $U_1$  con  $W_2$ ,  $V_1$  con  $U_2$  y  $W_1$  con  $V_2$ , y la máquina queda en triángulo (Comparar el esquema resultante con el de la Fig. 4.6a).

Se observa que con este procedimiento de arranque se aplica al motor, en el momento de la puesta en marcha, una tensión por fase de una magnitud  $1/\sqrt{3}$  de la asignada. Desde el punto de vista analítico, equivale este método a un caso particular del arranque por autotransformador cuando  $x = 1/\sqrt{3}$ , y las relaciones (4.124) y (4.127) se convierten en:

$$T_{a\lambda} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 T_a = \frac{1}{3} T_a \quad (4.128)$$

$$I_{a\lambda} = \frac{1}{3} I_{cc} \quad (4.129)$$

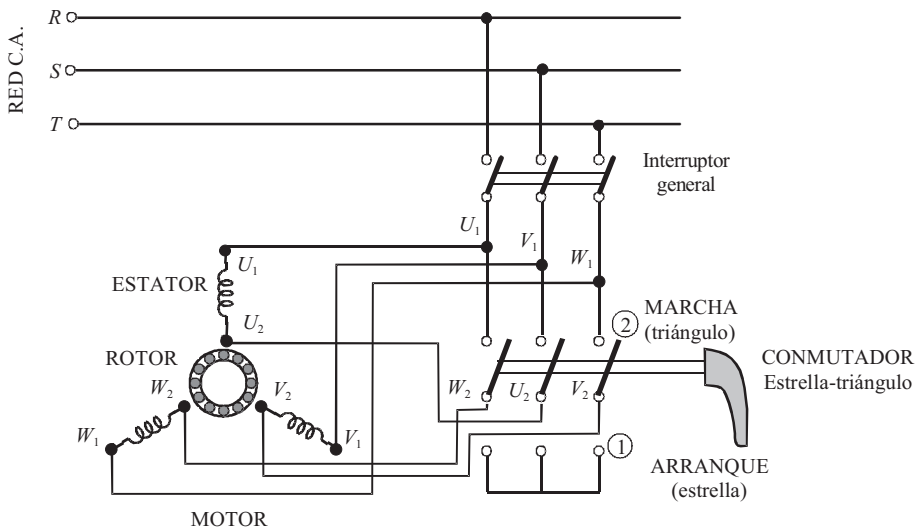


Figura 4.36. Esquema eléctrico del arranque estrella-triángulo con conmutador manual.

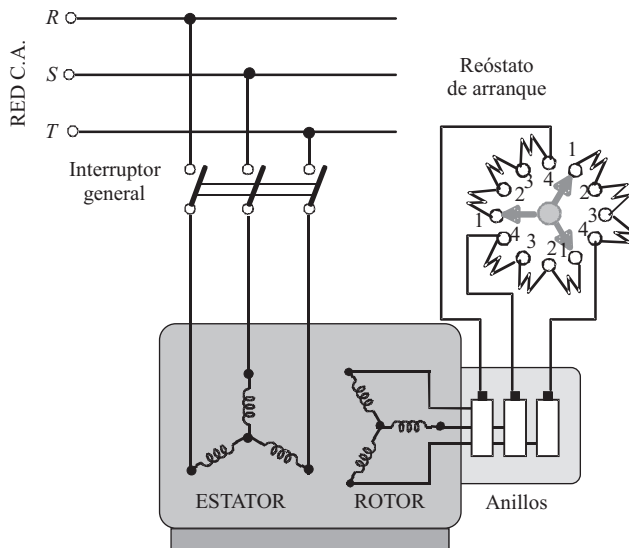
Es decir, la corriente de arranque en estrella es la tercera parte de la corriente de arranque que absorbería el motor si se conectara en triángulo. Se observa que el par de arranque se reduce también a la tercera parte. En los motores industriales la relación entre el par de arranque y nominal,  $T_a/T_n$ , varía entre 1,2 y 2; en consecuencia, el par de arranque resultante oscila entre 0,4 y 0,67 del par nominal y por ello este procedimiento solamente se aplica en aquellos casos en los que el par resistente de la carga en el momento de la puesta en marcha no excede, como media, del 50 por 100 del par asignado o nominal, como sucede en determinadas aplicaciones: bombas centrífugas, ventiladores, etc.

#### 4.9.2. Arranque de los motores de rotor bobinado

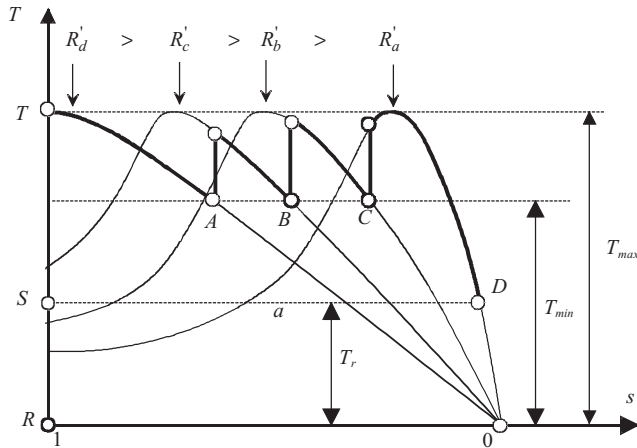
En los motores de rotor devanado o con anillos se puede reducir la corriente de arranque introduciendo una resistencia adicional en cada una de las fases del rotor. La operación se realiza con la ayuda de un reóstato trifásico, como se indica en la Figura 4.37, donde se ha supuesto que los devanados de la máquina están conectados en estrella.

En el arranque se introduce toda la resistencia adicional (posición 1), de esta forma aumenta la impedancia de la máquina y se reduce la corriente inicial; conforme el motor inicia su marcha, se va eliminando resistencia del reóstato pasando el mando móvil a las posiciones 2, 3 y 4, que conforman una serie de contactos o **plots**, en la última posición queda cortocircuitado el rotor y finaliza la operación de arranque. En esta situación, para reducir las pérdidas mecánicas del motor y también el desgaste de anillos y escobillas, estas máquinas llevan a menudo dispositivos para levantar las escobillas y poner en cortocircuito los anillos.

Como se ha indicado en el apartado anterior, la introducción de resistencia en el rotor modifica las curvas  $T = f(s)$ , desplazando el par máximo a valores de mayor deslizamiento, pero sin modificar el par máximo, como se muestra en la Figura 4.38. Se puede incluso lograr,



**Figura 4.37.** Motor asincrónico de rotor bobinado y reóstato de arranque correspondiente.



**Figura 4.38.** Curvas par-velocidad al variar las resistencias del rotor.

para un determinado valor de la resistencia adicional, que se obtenga el par máximo en el arranque, y de acuerdo con (4.79), es preciso para ello que se cumpla:

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{adic}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (4.130)$$

de donde se obtiene:

$$R'_{adic} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2 \quad (4.131)$$

En la Figura 4.38 se ha representado esta situación por una resistencia total reducida del rotor de valor  $R'_d$ . En el supuesto de que las cuatro curvas mostradas en la Figura 4.38 correspondan a las posiciones de los cuatro plots de la Figura 4.37, se puede analizar de una forma combinada el proceso de arranque de la máquina. Supóngase para ello que el par resistente es constante e igual a  $T_r$  (curva  $a$ ) de la Figura 4.38. En el instante de la puesta en marcha el par de la carga, definido por la ordenada  $SR$ , es inferior al par de arranque de la máquina, definido por  $TR$  en la situación de *plot* 1; la diferencia entre estos pares provoca el *despeque* del rotor y la máquina se va acelerando siguiendo la curva del par que corresponde a la resistencia  $R'_d$ , según el camino señalado con trazo más fuerte en la Figura 4.38; conforme se va conmutando el réostato de arranque, el par del motor pasa de una curva a la siguiente, y se han indicado por medio de los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  los momentos en que se producen estos cambios, hasta llegar al régimen estable de funcionamiento en el punto  $D$ . Las conmutaciones se han producido en los instantes en que el par pasaba por un valor  $T_{min}$ , pero podría haberse elegido un criterio de corriente mínima, o simplemente un sistema de relojería que conmutara cada resistencia en un tiempo predeterminado.

## ✂ COMENTARIOS PRÁCTICOS

### 1. Automatismos para la maniobra de las máquinas eléctricas

Durante muchos años, la maniobra y control de las máquinas eléctricas, se realizaba con ayuda de interruptores manuales que un operario especializado debía conectar o desconectar de

acuerdo con la secuencia de trabajo que se necesitaba para conseguir un determinado movimiento. Pero a partir de mitad del siglo XX se hicieron más complejas las instalaciones y comenzó la automatización con ayuda del control electromagnético y que se refiere al gobierno de un determinado sistema, mediante electroimanes, relés, contactores, etc. El propósito de este epígrafe es dar a conocer al lector los principales elementos que se utilizan en los automatismos de maniobra de las máquinas eléctricas, para después desarrollar un ejemplo de su empleo en el arranque estrella-triángulo de un motor trifásico. El elemento más característico e importante de los automatismos es el **contactor**, que en principio y al igual que el interruptor manual, dispone de dos elementos básicos: un juego de contactos eléctricos y un mecanismo para abrir y cerrar dichos contactos. Cuando se emplea un interruptor manual, el operador actúa directamente sobre el mecanismo de cierre y apertura, sin embargo en el caso de un contactor, esta acción es efectuada por un electroimán (véase epígrafe 1.8 del Capítulo 1). El contactor, presenta por consiguiente la posibilidad de su control a distancia, ya que basta con tender dos hilos desde los bornes de alimentación de la bobina hasta el lugar en que se halla emplazado el cuadro de mando para conseguir su activación. Los contactos del contactor pueden clasificarse en dos grupos: **contactos principales**, también llamados de fase o de potencia, que son los que realizan la conexión de la carga principal, van en el circuito de potencia y son normalmente abiertos y los **contactos auxiliares**, que son los utilizados para realizar las distintas combinaciones en el circuito de mando; son más débiles que los principales y pueden ser normalmente abiertos o cerrados, según el tipo de maniobra que interese.

Otros elementos que intervienen en los automatismos de maniobra de las máquinas eléctricas son los relés, entre los que podemos destacar: a) **Relés temporizados**: que son dispositivos que en forma automática realizan una acción en un tiempo fijado previamente. Normalmente funcionan retardados al cierre, lo que quiere decir que pasa un tiempo desde que se actúa sobre el relé, hasta que se efectúa el cambio. b) **Relés térmicos**: que están constituidos por una lámina bimetálica formada por dos metales con diferentes coeficientes de dilatación y que se deforma por el calentamiento producido por un exceso de corriente; actúan cuando un motor está sometido a sobrecargas suaves y prolongadas. Los relés térmicos trabajan unidos a los contactores formando así un conjunto protector del motor, que por ello se denomina vulgarmente **guardamotor**, y que actúan por desexcitación de la bobina del contactor y apertura, por tanto, del circuito principal. Para ello el contacto normalmente cerrado del relé térmico, va en serie con la bobina del contactor, de tal forma que cuando aparece una sobrecarga se abre el contacto del relé, lo que hace que se desexcite la bobina del contactor.

En las instalaciones de maniobra también existen elementos auxiliares de mando manual y señalización como son los pulsadores y pilotos. Un **pulsador**, es un mecanismo de mando que tiene diversos contactos y que abre o cierra un circuito y cierra o abre otro distinto, al ejercer una presión sobre ellos. Los pulsadores pueden tener sus contactos normalmente cerrados, que son los que en reposo están cerrados y al pulsarlos abren el circuito, y se emplean como **pulsadores de paro**, también existen contactos normalmente abiertos, que son los que están abiertos en reposo y cierran el circuito al pulsarlos, y se emplean como **pulsadores de puesta en marcha**. Cuando se sitúan uno al lado del otro, el pulsador de marcha, cuyo botón es de color verde, se sitúa a la derecha, y el pulsador de paro, de color rojo, se coloca a la izquierda; cuando se disponen uno encima del otro, el superior es el de marcha y el inferior es el de paro. Las **lámparas de señalización**, son como su nombre indica, lámparas que dan una indicación luminosa cuando se efectúa una maniobra. Algunas veces son de neón, ya que su consumo es menor, su vida mayor y su potencia luminosa suficiente. Se colocan dentro de una caperuza traslúcida de color (rojo, verde, amarillo, azul, etc.) que permite una mayor percepción y la distinción de su indicación. Generalmente el **color verde indica marcha y el rojo paro por sobrecarga** (en este caso se ilumina al actuar el relé térmico). Las lámparas pueden ir dentro de los pulsadores, en los cuadros generales o en el puesto de mando y control.

Otros dispositivos que se incluyen en los automatismos son los **elementos auxiliares de detección y mando automático** y que se refieren a una gran variedad de elementos transducto-

res que cubren un amplio campo de aplicaciones; así se tienen interruptores de posición, presostatos, interruptores de nivel, termostatos, detectores de velocidad, etc. Los interruptores de posición, denominados vulgarmente interruptores fin de carrera, se utilizan como dispositivos pilotos que modifican el circuito auxiliar de una máquina o equipo. **El interruptor fin de carrera**, suele instalarse por medio de un enlace mecánico directo o indirecto en la máquina accionada, y puede actuar parando un motor en sus límites normales de carrera o recorrido, dando una protección contra excesos de carrera en el caso de que el motor trate de rebasar los límites establecidos. En las instalaciones de bombeo se utiliza el **interruptor de flotador** como complemento a los grupos motobomba para mantener automáticamente el nivel del agua entre los límites deseados; en tales interruptores, unos flotadores, cuya posición indica el nivel del agua, accionan las bobinas de los contactores del motor; el contactor se cierra para poner en marcha el motor, cuando el nivel del agua baja hasta un punto de ajuste inferior y se abre para detenerlo cuando el nivel del agua sube hasta un punto superior previamente ajustado. Otro elemento auxiliar en los automatismos es el **presostato** que es un elemento suplementario a las bombas y compresores movidos por motores eléctricos, que arrancan y paran automáticamente, haciendo que la presión del fluido detectada por el presostato se mantenga dentro de los límites establecidos.

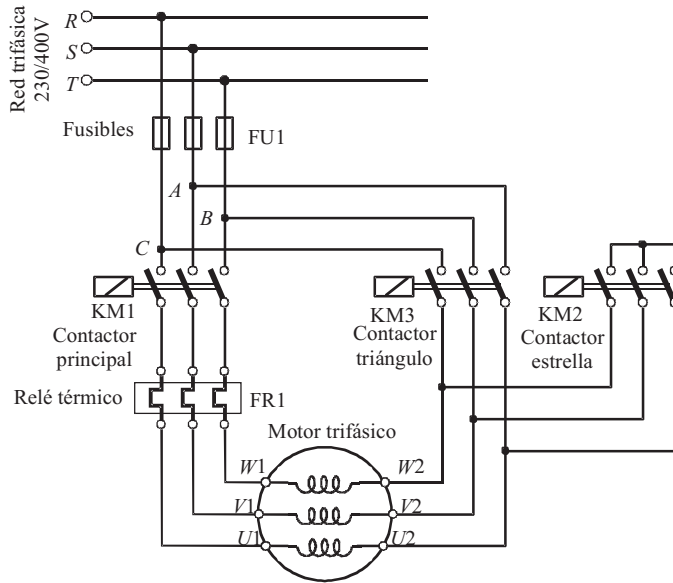
Al realizar un esquema de un automatismo, debe distinguirse **el circuito principal o de fuerza**, y **el de mando o control**. Generalmente se emplean esquemas independientes para el circuito principal y el de mando, lo que facilita la interpretación del funcionamiento y ayuda al operario a realizar el cableado de las conexiones. El circuito de fuerza se destaca en el esquema haciendo las líneas más gruesas, lo que permite identificarlo enseguida. El circuito de mando se realiza con línea fina, lo que indica que está recorrido por una corriente pequeña. El diseño de un automatismo comienza con el dibujo del esquema del circuito principal, en donde se representa la red de entrada, los fusibles, interruptor general, contactores, relés térmicos y motor, junto con las conexiones necesarias para la realización de la función que se pretende ejecutar. Posteriormente se inicia el esquema del circuito de mando donde aparecen los pulsadores, bobinas de contactores, contactos auxiliares de contactores y relés, temporizadores, interruptores final de carrera, etc., y se prepara el circuito que responda a las acciones de mando que se desean obtener.

Debe señalarse finalmente que en la actualidad los sistemas automáticos utilizan los denominados **autómatas programables** (PLC: Programmable Logic Controllers en inglés), que permiten la automatización de procesos complejos por una programación sencilla, lo que confiere unas características inmejorables, porque cualquier cambio del circuito de mando se realiza por software, lo que simplifica enormemente las operaciones de adaptación de la instalación a los posibles cambios del proceso productivo.

## 2. Arranque estrella-triángulo con automatismos de contactores

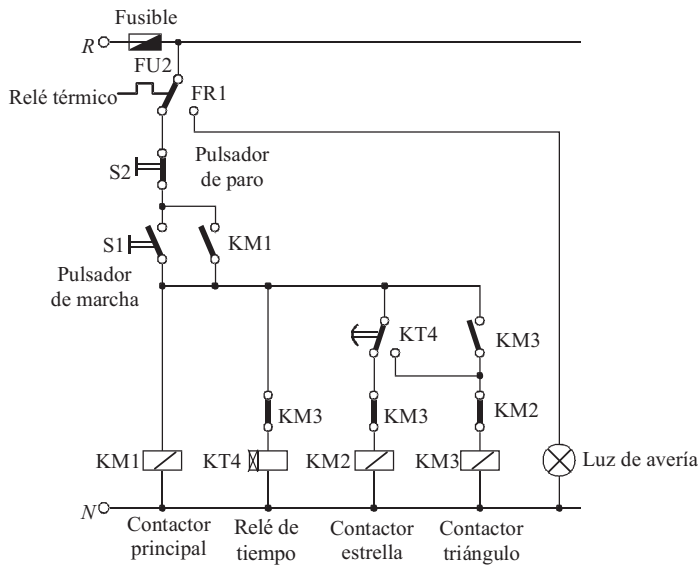
Como ejemplo de un automatismo se va a explicar en este apartado el circuito de arranque estrella-triángulo de un motor asíncrono trifásico con ayuda de contactores. En primer lugar en la Figura 4.39 se ha dibujado el circuito principal o de fuerza, que está formado por el motor, con sus tres juegos de bobinas U1-U2, V1-V2; y W1-W2, los fusibles FU1 y el relé térmico de protección FRI, y finalmente tres contactores, uno principal KM1 que une las fases de la red eléctrica con los terminales de entrada del motor U1, V1 y W1, y dos auxiliares, el primero de ellos el KM2 cuya misión es unir entre sí los terminales de salida del motor U2, V2 y W2 para formar la conexión en estrella y el segundo KM3 que realizará la conexión de los terminales U2, V2 y W2 del motor en triángulo.

En la Figura 4.40 se muestra el circuito de mando, que se alimenta de una fase y el neutro de la red. El funcionamiento de este circuito es el siguiente: al presionar sobre el pulsador S1 se da tensión a la bobina del contactor principal KM1 que al cerrar sus contactos principales (Figura 4.39) da alimentación a los terminales de entrada del motor, al propio tiempo se activa el relé de tiempo KT4 y se da tensión a la bobina del contactor estrella KM2 que une en un



**Figura 4.39.** Circuito principal o de fuerza de un arrancador estrella-triángulo.

mismo punto los terminales de salida del motor, por lo que éste comienza a arrancar en estrella. Por otra parte el contacto auxiliar de autoretencción KM1 del contactor principal, está en paralelo con el pulsador de marcha, por lo que al cerrarse, se puede dejar de presionar sobre el pulsador S1 ya que entonces las bobinas de los contactores cierran su circuito a través de este contacto de autoretencción.



**Figura 4.40.** Circuito de mando o control de un arrancador estrella-triángulo.

Después que transcurre el tiempo de retardo ajustado previamente con el relé de tiempo  $KT_4$ , su contacto auxiliar  $KT_4$  conmuta a la otra posición señalada en el circuito de mando de la Figura 4.40, lo que provoca la desexcitación de la bobina del contactor estrella  $KM_3$ , cuyos contactos principales se abren (Figura 4.39) y los auxiliares  $KM_3$  (Figura 4.40) cambian de posición, por lo que se desconecta el relé de tiempo, y se da alimentación a la bobina del contactor triángulo  $KM_3$  que al activarse cierra sus contactos principales (Figura 4.39) y el motor pasa a la posición triángulo, asegurándose por el contacto auxiliar  $KM_3$  que está en serie con la bobina del contactor estrella  $KM_2$  que quede sin alimentación este contactor. La desconexión del motor se consigue presionando sobre el pulsador  $S_2$  (Figura 4.40), lo que deja sin alimentación a todas las bobinas de los contactores y, por tanto, el motor se para. Si se produce una sobrecarga en la máquina actuará el relé térmico  $FRI$  que al conmutar su contacto deja sin alimentación a las bobinas de los contactores por lo que se desconecta el motor y por otra parte se enciende simultáneamente una lámpara de avería (Figura 7.40) para señalar esta anomalía. En el caso de que se produzca un cortocircuito brusco en el motor, la protección se consigue debido a la actuación rápida de los fusibles  $FU1$  de la Figura 4.39.

En las Figuras 4.41 se muestran las curvas características que gobiernan este tipo de arranque tanto de par como de corriente. En las curvas par-velocidad mostradas en la Figura 4.41a se ha tomado en ordenadas el valor del par respecto al nominal (es decir el par por unidad, pu) y en abscisas la velocidad en tanto por ciento respecto de la velocidad de sincronismo. Se han dibujado las curvas del par electromagnético del motor en estrella y en triángulo que de acuerdo con la expresión (4.128) están en la relación 1:3, es decir el par en estrella es un tercio del par en triángulo. Se ha supuesto un par resistente de tipo cuadrático. El motor se acelera, conectado inicialmente en estrella, hasta que alcanza entre el 70 y el 80 por 100 de su velocidad nominal; en el caso de la Figura 4.41a se ha dejado llegar hasta el punto A en el que se igualan los pares motor y resistente; en este momento se produce la conmutación del motor a triángulo y si la conmutación es instantánea el motor pasa a trabajar al punto B donde se acelera rápidamente hasta llegar a C, en el que se iguala con el par resistente.

En la Figura 4.41b se han representado las curvas de corriente absorbida en la línea por el motor en función de la velocidad, y donde las corrientes se expresan en valores p.u. Al igual que en el caso anterior la relación de ordenadas (estrella a triángulo) es de acuerdo con la expresión (4.129) igual a 1:3. Inicialmente la evolución de la corriente sigue la curva inferior (conexión estrella) y en el punto A' (que es el correspondiente al A de la Figura 4.41a), se produce la conmutación a triángulo, por lo que la máquina sufre un aumento de corriente hasta el punto B' y al acelerarse el motor la corriente se va reduciendo hasta llegar al punto de funcionamiento

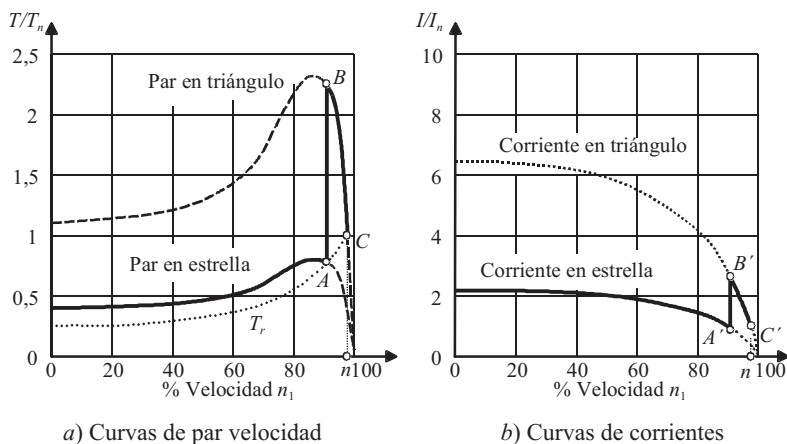


Figura 4.41. Curvas de par y de velocidad para la conmutación estrella-triángulo.

nominal  $C'$  que se corresponde con el  $C$  de la Figura 4.41a. La velocidad final de trabajo es  $n$ . Debe observarse en esta última figura que si la conmutación se efectuase demasiado pronto, por ejemplo al 60 por 100 de la velocidad de sincronismo, aparecería una gran punta de corriente en la transición que en el caso de la Figura 4.41b llegaría a alcanzar casi a seis veces la nominal, por lo que este tipo de arranque no tendría ninguna ventaja frente al arranque directo.

Otro aspecto a tener en cuenta en este tipo de arranque es el modo en que debe realizarse la conexión en triángulo del motor. Hay que destacar que cualquier método de arranque que suponga una desconexión momentánea de la red puede provocar corrientes elevadas en la instalación. Téngase en cuenta que cuando se separa el devanado del estátor de la red, y al estar el rotor en cortocircuito (jaula de ardilla), circulan por éste corrientes que tienden a mantener el fasor espacial del campo magnético apuntando hacia la posición del rotor que tenía previa a la desconexión. Este campo magnético induce f.e.m.s en las bobinas del devanado del estátor que acaba de abrirse, por lo que al hacerse la transición de estrella a triángulo en este tipo de arranque, se pueden producir fuertes corrientes en la máquina, dependiendo de la menor o mayor coincidencia de fase de las f.e.m.s inducidas con las tensiones de la red que se vuelven a aplicar en la reconexión.

Si se considera el circuito de la Figura 4.39, obsérvese que inicialmente al activarse el contactor  $KM2$ , se conecta el motor en estrella y las tensiones aplicadas a cada fase del motor son: a la bobina  $U1-U2$ , la tensión  $V_{RN}$ ; a la bobina  $V1-V2$ , la tensión  $V_{SN}$ ; y a la bobina  $W1-W2$ , la tensión  $V_{TN}$ . En la Figura 4.42 se han dibujado los fasores de tensión correspondientes que tienen una sucesión de fases de secuencia directa  $RST$ . Siguiendo con el esquema de la Figura 4.39, al desconectarse el contactor  $KM2$  y activarse el  $KM3$ , se pone el motor en triángulo y las tensiones aplicadas a cada fase del motor son: a la bobina  $U1-U2$ , la tensión  $V_{RS}$  (por medio de la unión en el nudo A, de  $U2$  con la fase  $S$  de la red); a la bobina  $V1-V2$ , la tensión  $V_{ST}$  (por medio de la unión en el nudo B, de  $V2$  con la fase  $T$  de la red); y a la bobina  $W1-W2$ , la tensión  $V_{TR}$  (por medio de la unión en el nudo C, de  $W2$  con la fase  $R$  de la red). Para mayor claridad en la parte superior de la Figura 4.42b se muestra el triángulo resultante, en el que se señala debajo de cada bobina la tensión aplicada correspondiente. De acuerdo con el diagrama fasorial de la Figura 4.42a, la sucesión de tensiones que en la conexión en estrella era  $V_{RN}$ ,  $V_{SN}$  y  $V_{TN}$ , coincide con la secuencia de tensiones en triángulo  $V_{RS}$ ,  $V_{ST}$  y  $V_{TR}$ , por lo que al pasar el motor de estrella a triángulo seguirá girando en el mismo sentido directo (como así debe ser). Sin embargo debe darse cuenta el lector que las tensiones  $V_{RS}$ ,  $V_{ST}$  y  $V_{TR}$  que se aplican al motor

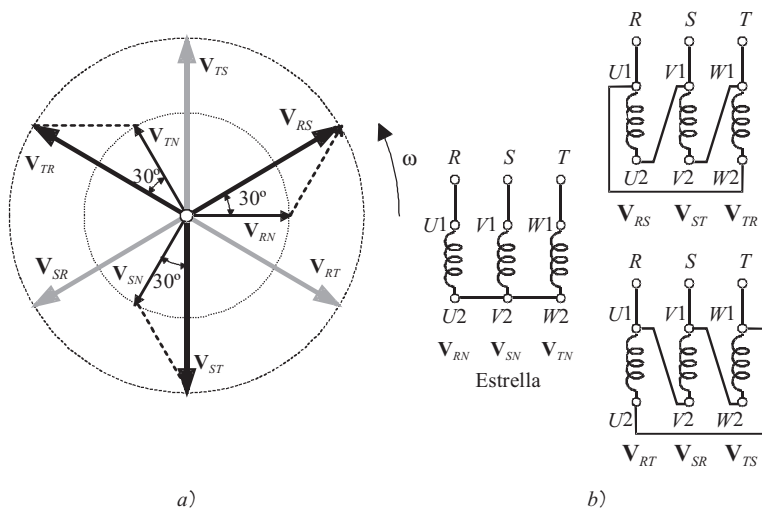


Figura 4.42. Fasores de tensiones. Conexión estrella y tipos de conexión triángulo.

en la conexión triángulo **están adelantadas  $30^\circ$**  respecto de las tensiones simples  $V_{RN}$ ,  $V_{SN}$  y  $V_{TN}$  que tenían previamente las bobinas del motor en la conexión en estrella.

Pero teniendo en cuenta que en una conmutación rápida entre la conexión estrella a triángulo, la posición del rotor se ha retrasado (al quedar el motor separado de la red) respecto a la posición que tenía antes de la conmutación, es más conveniente que en la conexión triángulo se apliquen tensiones compuestas que estén retrasadas respecto de las simples y no adelantadas como se ha comentado en el párrafo anterior y cuyo esquema de conexiones respondía a la Figura 4.39. En nuestro caso esto se puede lograr aplicando en triángulo las siguientes tensiones compuestas al motor: a la bobina U1-U2, la tensión  $V_{RT}$  (uniendo en este caso el nudo A de la Figura 4.39 a la fase T de la red en vez de a la fase S a la que había unido en el caso anterior); a la bobina V1-V2, la tensión  $V_{SR}$  (uniendo el nudo B a la fase R de la red en vez de a la fase T); y a la bobina W1-W2, la tensión  $V_{TS}$  (uniendo en este caso el nudo C a la fase S de la red en vez de a la fase R). Para mayor claridad, en la parte inferior de la Figura 4.42b se muestra el triángulo resultante en el que se señala debajo de cada bobina la tensión aplicada correspondiente. De acuerdo con el diagrama fasorial de la Figura 4.42a, la sucesión de tensiones que se obtiene en este caso es  $V_{RT}$ ,  $V_{SR}$  y  $V_{TS}$  que también representa un sistema de secuencia directa, pero a diferencia con el caso anterior, estas tensiones compuestas con el motor en triángulo **están retrasadas  $30^\circ$**  respecto de las tensiones simples  $V_{RN}$ ,  $V_{SN}$  y  $V_{TN}$  que tenían previamente las bobinas del motor en la conexión en estrella y este retraso de las tensiones en triángulo compensa el retardo que sufre el rotor en la conmutación, por lo que se logra una mayor coincidencia de fases con la red, lo que se traduce en una reducción del pico de corriente que se produce en esta maniobra y justifica la recomendación de algunos fabricantes que prefieren esta conexión en triángulo que la que se muestra en el esquema de la Figura 4.39.

#### ✎ Ejemplo de aplicación 4.11

Un motor asíncrono trifásico tiene los siguientes parámetros:  $R_1 = R_2 = 0,5 \Omega$ ;  $X_{cc} = 5 \Omega$ . Si la capacidad de sobrecarga  $T_{\text{máx}}/T_n$  es igual a 2,2, calcular la relación entre el par de arranque y el par nominal en los siguientes casos: a) arranque directo; b) arranque por autotransformador con una tensión inicial del 75 por 100 de la asignada; c) arranque estrella-triángulo.

#### Solución

De acuerdo con (4.78) el par máximo viene expresado por:

$$T_{\text{máx}} = \frac{m_1 V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60}} \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \right] = \frac{K}{2} V_1^2 \left[ \frac{1}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \right]$$

donde se ha denominado  $K$  a:  $m_1/2\pi \frac{n_1}{60}$ . Al sustituir valores resulta:

$$T_{\text{máx}} = \frac{K}{2} V_1^2 \left[ \frac{1}{0,5 + \sqrt{0,5^2 + 5^2}} \right] = \frac{KV_1^2}{11,05}$$

El par de plena carga o nominal es igual a:

$$T_n = \frac{T_{\text{máx}}}{2,2} = \frac{KV_1^2}{24,31}$$

puesto que la capacidad de sobrecarga es igual a 2,2.

- a) El par de arranque se puede obtener haciendo  $s = 1$ , en la expresión general del par (4.76), resultando:

$$T_a = \frac{m_1 R_2' V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} [(R_1 + R_2')^2 + X_{cc}^2]} = K \frac{R_2' V_1^2}{(R_1 + R_2')^2 + X_{cc}^2}$$

que al aplicar valores da:

$$T_a = KV_1^2 \frac{0,5}{1^2 + 5^2} = \frac{KV_1^2}{52}$$

En consecuencia, el cociente  $T_a/T_n$  resulta ser:

$$\frac{T_a}{T_n} = \frac{KV_1^2}{52} \cdot \frac{24,31}{KV_1^2} = 0,468$$

- b) El par de arranque con autotransformador y toma de 75 por 100 es igual a 0,752 veces el par de arranque con conexión directa (véase expresión 4.124), y el cociente anterior vale:

$$\frac{T_{a,aut}}{T_n} = 0,75^2 \frac{T_a}{T_n} = 0,75^2 \cdot 0,468 = 0,263$$

- c) En el arranque estrella-triángulo, de acuerdo con (4.128), se cumple:  $T_{a\Delta} = T_a/3$ , y en consecuencia:

$$\frac{T_{a\Delta}}{T_n} = \frac{1}{3} \frac{T_a}{T_n} = \frac{1}{3} 0,468 = 0,156$$

### ✎ Ejemplo de aplicación 4.12

Un motor de inducción trifásico de 4 polos y rotor devanado tiene los arrollamientos conectados en estrella. Cuando se conecta a su tensión asignada de 380 V, 50 Hz, desarrolla el par de plena carga a 1.425 r.p.m. Los parámetros del circuito equivalente son:  $R_1 = R_2' = 1 \Omega$ ;  $X_{cc} = 6 \Omega$ ;  $m_v = m_i = 2$ . Calcular: a) Corriente y par de plena carga; b) corriente y par de arranque con los anillos cortocircuitados; c) par máximo y velocidad correspondiente; d) resistencia que debe introducirse en los anillos del rotor por fase, para que la máquina desarrolle el par de plena carga en el arranque con la menor corriente posible en el estátor e intensidad correspondiente.

### Solución

- a) La velocidad de sincronismo es:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ r.p.m.}$$

en consecuencia, el deslizamiento a plena carga es:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1.500 - 1.425}{1.500} = 5\%$$

El circuito equivalente a plena carga es el indicado en la Figura 4.43, resultando una intensidad absorbida en el primario de valor:

$$I_1 = \frac{220}{\sqrt{(2 + 19)^2 + 6^2}} = 10,07 \text{ A}$$

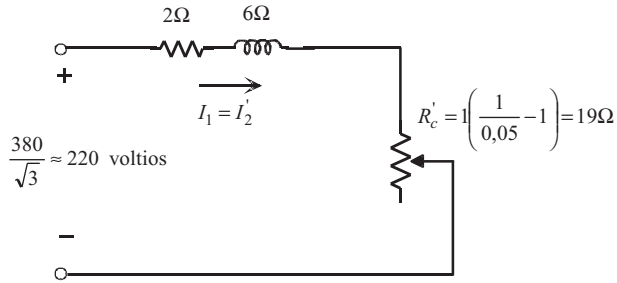


Figura 4.43.

La potencia mecánica interna vale:

$$P_{mi} = 3R'_c I_1^2 = 3 \cdot 19 \cdot 10,07^2 = 5.783,65 \text{ W}$$

y el par de plena carga será:

$$T_n = \frac{P_{mi}}{2\pi \frac{n}{60}} = \frac{5.783,65}{2\pi \frac{1.425}{60}} = 38,76 \text{ N.m}$$

- b) En el arranque  $R'_c = 0$ , y la intensidad correspondiente, teniendo en cuenta el circuito de la Figura 4.43, será:

$$I_1 = \frac{220}{\sqrt{2^2 + 6^2}} = 34,79 \text{ A}$$

Para calcular el par de arranque se utilizará la expresión general (4.76), en la que se hará  $s = 1$ , resultando:

$$T = \frac{3R'_2 \cdot V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} [(R_1 + R'_2)^2 + X_{cc}^2]} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 220^2}{2\pi \frac{1.500}{60} [2^2 + 6^2]} = 23,11 \text{ N.m}$$

- c) El deslizamiento para par máximo, de acuerdo con (4.77), resulta ser:

$$s_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 6^2}} = 0,164$$

que corresponde a una velocidad:

$$n = n_1 (1 - s) = 1.500 (1 - 0,164) = 1.253,4 \text{ r.p.m.}$$

- d) Igualando el par de arranque, con una resistencia adicional conectada, al par de plena carga se obtiene:

$$38,76 = \frac{3(R'_2 + R'_{a2})V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} [(R_1 + R'_2 + R'_{a2})^2 + X_{cc}^2]} = \frac{3(1 + R'_{a2})220^2}{2\pi \frac{1.500}{60} [(2 + R'_{a2})^2 + 6^2]}$$

que puede ponerse:

$$(2 + R'_{a2})^2 + 6^2 = \frac{3 \cdot 200^2}{2\pi \frac{1.500}{60} \cdot 38,76} = (1 + R'_{a2}) = 23,85 (1 + R'_{a2})$$

cuya ecuación de 2.º grado conduce a los valores:

$$R'_{a2} = 19 \Omega \quad ; \quad R'_{a2} = 0,85 \Omega$$

que en valores sin reducir son:

$$R_{a2} = 4,75 \Omega \quad ; \quad R_{a2} = 0,21 \Omega$$

La primera de estas dos soluciones es la que producirá menor corriente de arranque debido a su mayor magnitud, siendo la intensidad correspondiente igual a:

$$I_a = \frac{220}{\sqrt{(2 + 19)^2 + 6^2}} = 10,07 \text{ A}$$

que coincide con la corriente de plena carga, lo que era de esperar, ya que la resistencia adicional  $R'_{a2}$  coincide con la resistencia de carga  $R'_c$ , lo que está de acuerdo con el significado físico de la misma.

## 4.10. MOTORES DE DOBLE JAULA DE ARDILLA

El motor de doble jaula de ardilla fue inventado por Dolivo Dobrowolsky el año 1893, siendo desarrollado más tarde por Boucherot. Esta configuración representa una de las variedades del motor asíncrono en cortocircuito que utiliza el fenómeno de desplazamiento de la corriente en el devanado del rotor para mejorar las propiedades de arranque del motor.

El estátor de estos motores es trifásico convencional, mientras que el rotor está constituido por dos jaulas que generalmente disponen del mismo número de barras situadas en las mismas ranuras (Fig. 4.44a). La jaula externa, situada más cerca del entrehierro, tiene menor sección que la otra y se construye con un material de alta resistividad (latón). La jaula interior se hace con cobre electrolítico. En el caso en que se construyan ambas jaulas con aluminio, se aumentan más las diferencias entre las secciones de las mismas. Ambas jaulas están separadas entre sí en cada ranura por medio de una rendija delgada. La misión de esta rendija es aumentar los flujos de dispersión de la jaula interior, y de este modo se consigue una jaula externa con alta resistencia y baja reactancia, mientras que la interna presenta baja resistencia y gran

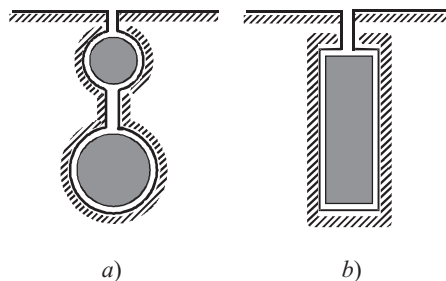


Figura 4.44. Rotor de doble jaula y de ranura profunda.



corriente rotórica viene compensado por la disminución del  $\cos \varphi_2$  y el par alcanza su valor máximo (se ha llegado al punto  $C$  de la curva par-velocidad de la Fig. 4.24). Un nuevo incremento del deslizamiento a partir de este punto hace que la reducción del  $\cos \varphi_2$  sea superior al aumento de la corriente rotórica y el par generado se hace cada vez más pequeño hasta que se produce la parada de la máquina (esta situación corresponde a la zona  $CD$  de la curva de la Fig. 4.24).

Puede demostrar el lector, de acuerdo con la expresión (2.135) del Capítulo 2, que otra ecuación del par generado, equivalente a (4.215) y (4.216), en función de los fasores espaciales de f.m.m. de estátor y rotor, es:

$$T = \frac{\pi}{2} p \frac{\mu_0 \cdot \pi D \ell}{2g} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_r' \sin \delta = K \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_r' \sin \delta \quad (4.218)$$

donde  $\delta$  es el ángulo que forman  $\mathcal{F}_1$  y  $\mathcal{F}_r'$  (y que es igual a  $\delta_1 + \delta_2$ ). De acuerdo con esta ecuación, el par generado tiende a reducir el ángulo  $\delta$  que forman las f.m.m.s. del estátor y del rotor, o de otro modo, las f.m.m.s.  $\mathcal{F}_1$  y  $\mathcal{F}_r'$  tienden a alinearse, y ese esfuerzo de alineación, que simplemente se debe a la atracción de los polos correspondientes que se forman tanto en el estátor como en el rotor de la Figura 4.72, es la causa de que se produzca un par de rotación en el motor.

## PROBLEMAS

- 4.1.** La potencia absorbida por un motor asíncrono trifásico de 4 polos, 50 Hz, es de 4,76 kW cuando gira a 1.435 r.p.m. Las pérdidas totales en el estátor son de 265 W y las de rozamiento y ventilación son de 300 W. Calcular: *a)* El deslizamiento; *b)* las pérdidas en el cobre del rotor. *c)* Potencia útil en el árbol del motor; *d)* rendimiento.

[Resp.: *a)* 4,33 %. *b)* 194,78 W. *c)* 4.000 W. *d)* 84 %.]

- 4.2.** Un motor de inducción trifásico, de 8 polos, 10 CV, 380 V, gira a 720 r.p.m. a plena carga. Si el rendimiento y f.d.p. a esta carga es del 83 por 100 y 0,75, respectivamente, calcular: *a)* Velocidad de sincronismo del campo giratorio; *b)* deslizamiento a plena carga; *c)* corriente de línea; *d)* par en el árbol de la máquina. NOTA:  $f_1 = 50$  Hz.

[Resp.: *a)* 750 r.p.m. *b)* 4 %. *c)* 17,9 A. *d)* 97,6 N.m.]

- 4.3.** Un motor asíncrono trifásico de 4 polos, conectado en estrella, se alimenta por una red de 380 V, 50 Hz. La impedancia del estátor es igual a  $0,1 + j0,4 \Omega$ /fase y la del rotor en reposo reducida al estátor vale  $0,1 + j0,3 \Omega$ /fase. Calcular: *a)* Intensidad absorbida en el arranque; *b)* corriente a plena carga, si el deslizamiento es del 4 por 100; *c)* potencia y par nominal si se desprecian las pérdidas mecánicas; *d)* rendimiento en el caso anterior si las pérdidas en el hierro son iguales a 1.200 W.

[Resp.: *a)* 301,36 A; *b)* 81,56 A; *c)* 47,89 kW; 317,6 N.m; *d)* 90,2 %.]

- 4.4.** Un motor trifásico de 4 polos, conectado en triángulo, se alimenta por una red de 220 V, 50 Hz. La impedancia del rotor en reposo es igual a  $0,2 + j1,6 \Omega$ , siendo la impedancia del estátor despreciable. La relación de transformación es igual a 2 ( $m_v = m_i$ ). Calcular: *a)* Intensidad absorbida de la red y su f.d.p. para un deslizamiento del 5 por 100; *b)* potencia y par en el eje en el caso anterior; *c)* velocidad a la cual se obtiene el par máximo y par máximo correspondiente; *d)* rendimiento del motor

cuando trabaja con par máximo. NOTA: Se desprecian las pérdidas mecánicas y en el hierro.

[Resp.: a) 22,10 A; 0,928. b) 7,43 kW; 49,8 N.m.; c) 1.312,5 r.p.m.; 72,2 N.m. d) 87,5 %.]

- 4.5.** Un motor asíncrono trifásico de anillos rozantes de 10 CV, 220/380 V, 50 Hz, 4 polos, tiene los siguientes parámetros del circuito equivalente:  $R_1 = R'_2 = 0,5 \Omega$ ;  $X_1 = X'_2 = 3 \Omega$ ;  $P_{Fe} = P_m = 0$ . El rotor está conectado en estrella y el número de espiras del rotor es igual al del estátor, con idénticos factores de devanado: a) Si la red es de 220 V, 50 Hz, ¿cómo se conectará el estátor del motor? Dibujar la placa de bornes con la disposición de los terminales, indicando sus letras de identificación; b) conectado el motor correctamente, de acuerdo con el apartado anterior, ¿cuál será el par de arranque del motor con tensión asignada? ¿Qué corriente absorberá el motor de la red en el arranque?; c) ¿cuál será la velocidad del motor a plena carga, es decir, cuando desarrolla 10 CV?; d) determinar el par de plena carga y la capacidad de sobrecarga del motor. e) Calcular el valor de la resistencia que debe añadirse en serie con cada fase del rotor para obtener el par máximo de arranque.

[Resp.: a) Triángulo; b) 12,5 N.m; 62,65 A; c) 1.452,6 r.p.m.; d) 48,38 N.m; 1.465; e) 5,521  $\Omega$ .]

- 4.6.** Un motor asíncrono trifásico conectado en estrella de 3.000 V, 24 polos, 50 Hz, tiene los siguientes parámetros:  $R_1 = 0$ ;  $X_1 = 0$ ;  $R'_2 = 0,016 \Omega$ ;  $X'_2 = 0,265 \Omega$ . Se obtiene el par de plena carga a la velocidad de 247 r.p.m. Calcular: a) velocidad para par máximo; b) capacidad de sobrecarga:  $T_{\text{máx}}/T_n$ .

[Resp.: a) 234,9 r.p.m. b) 2,61.]

- 4.7.** Un motor asíncrono trifásico de 4 polos, 25 CV, 380 V, 50 Hz, tiene un par de arranque de 322 N.m y un par de plena carga igual a 124 N.m. Determinar: a) El par de arranque cuando la tensión del estátor se reduce a 220 V. b) Tensión que debe aplicarse al estátor para obtener un par de arranque igual al par de plena carga.

[Resp.: a) 108 N.m. b) 235,81 V.]

- 4.8.** Los parámetros de la rama serie de un motor asíncrono trifásico de anillos rozantes conectado en estrella, 380 V, 4 polos, 50 Hz, son:  $R_1 = R'_2 = 1 \Omega$ ;  $X_{cc} = 4 \Omega$ . Calcular: a) Par de plena carga si el deslizamiento es el 4 por 100; b) resistencia que debe añadirse a cada fase del rotor, para obtener el par nominal, a la mitad de la velocidad de plena carga con los anillos cortocircuitados. La relación de transformación es  $m_v = m_i = 2$ , y las pérdidas mecánicas son despreciables.

[Resp.: a) 33,4 N.m. b) 3  $\Omega$ .]

- 4.9.** Un motor asíncrono trifásico de anillos rozantes de 15 kW, 380 V, 50 Hz, 6 polos, tiene los siguientes parámetros (con los anillos deslizantes cortocircuitados):  $R_1 = R'_2 = 0,8 \Omega$ ;  $X_1 = X'_2 = 2 \Omega$ . Los devanados del estátor y rotor están conectados en estrella y  $m_v = m_i = 2$ . Calcular: a) Par de arranque; b) par máximo y velocidad correspondiente; c) resistencia que debe conectarse en serie, por fase, en el rotor para obtener en el arranque los 2/3 del par máximo.

[Resp.: a) 59,4 N.m. b) 804 r.p.m.; 141,3 N.m. c) 2,71  $\Omega$  o 0,158  $\Omega$ .]

- 4.10.** Un motor asíncrono trifásico de 6 polos, 50 Hz, tiene una resistencia del rotor por fase de  $0,2 \Omega$  y un par máximo de  $162 \text{ N.m}$  a  $875 \text{ r.p.m.}$  Calcular: *a)* El par cuando el deslizamiento es el 4 por 100; *b)* la resistencia adicional que debe añadirse en el circuito del rotor para obtener los  $2/3$  del par máximo en el arranque. NOTA: Prescindir de la impedancia del estátor.

[Resp.: *a)*  $94 \text{ N.m.}$  *b)*  $0,41$  o  $3,99 \Omega.$ ]

- 4.11.** Un motor asíncrono trifásico de rotor devanado de 6 polos, 50Hz, tiene una impedancia del estátor despreciable. Los devanados del estátor y del rotor están conectados en estrella y la impedancia del rotor en reposo es  $Z_2 = 0,2 + j0,8 \Omega/\text{fase}$ . Al conectar el estátor a una red trifásica y estar abierto el circuito del rotor, se ha medido entre dos anillos del mismo una tensión de 100 voltios: *a)* calcular la corriente de arranque del rotor con los anillos deslizantes cortocircuitados; *b)* si el motor gira a plena carga a  $960 \text{ r.p.m.}$ , determinar la f.e.m. inducida por fase en el rotor y la frecuencia correspondiente; *c)* corriente en el rotor y par desarrollado en el caso anterior si están los anillos cortocircuitados; *d)* si con el par resistente calculado en el caso anterior se ha incluido en el rotor una resistencia en el reóstato de arranque para hacer que el par del motor sea máximo en el arranque ¿a qué velocidad se moverá el motor?

[Resp.: *a)*  $70 \text{ A};$  *b)*  $2,31$  voltios;  $2 \text{ Hz};$  *c)*  $11,4\text{A};$   $18,6 \text{ N.m};$  *d)*  $840 \text{ r.p.m.}$ ]

- 4.12.** Un motor asíncrono trifásico en jaula de ardilla, conectado en estrella, de  $3,5 \text{ kW}$ ,  $220 \text{ V}$ , seis polos, 50 Hz, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos: *Ensayo de vacío o de rotor libre:* tensión compuesta aplicada:  $220 \text{ V}$ ; corriente de línea del estátor:  $3,16 \text{ A}$ ; potencia absorbida en el ensayo:  $590 \text{ W}$ . Se sabe también que las pérdidas mecánicas (rozamiento + ventilación) a velocidades cercanas a la asignada son de  $312 \text{ W}$ . (Se pueden despreciar en este ensayo las pérdidas en el cobre del estátor. El lector puede comprobar que representa una potencia de  $7,2 \text{ W}$ , que se puede considerar despreciable). *Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado:* tensión compuesta aplicada:  $34,3 \text{ V}$ ; corriente de línea:  $14,5 \text{ A}$ ; potencia absorbida:  $710 \text{ W}$ . A la temperatura de funcionamiento, la resistencia entre dos terminales cualquiera del estátor es de  $0,48 \text{ ohmios}$ . Si se conecta el motor a una red trifásica de  $220 \text{ V}$  de línea y se considera aceptable utilizar el circuito equivalente aproximado del motor, calcular: 1) Parámetros del circuito equivalente aproximado del motor reducido al primario (estátor). 2) Si el motor gira a  $960 \text{ r.p.m.}$ , determinar: *a)* potencia mecánica útil en el eje suministrada por el motor; *b)* corriente de línea absorbida por el motor de la red y f.d.p. correspondiente; *c)* potencia eléctrica absorbida por el motor de la red; *d)* rendimiento del motor; *e)* par mecánico útil en el eje.

[Resp.: 1)  $R_{Fe} = 174,7 \Omega;$   $X_{\mu} = 41,4 \Omega;$   $R_1 = 0,24 \Omega;$   $R'_2 = 0,885 \Omega;$   $X_{cc} = 0,773 \Omega.$   
2) *a)*  $1.744 \text{ W};$  *b)*  $7,2 \text{ A};$   $\cos \varphi = 0,891;$  *c)*  $71,5 \%;$  *d)*  $2.440 \text{ W};$  *e)*  $17,4 \text{ N.m.}$ ]

- 4.13.** Un motor de inducción trifásico de 4 polos, 50 Hz, tiene una resistencia del rotor por fase de  $0,25 \Omega$ , siendo la impedancia del estátor despreciable. El par máximo se obtiene para una velocidad de  $1.200 \text{ r.p.m.}$  Si la capacidad de sobrecarga es igual a  $2,1$ , calcular: *a)* Velocidad a plena carga o asignada; *b)* relación par de arranque a par asignado o nominal.

[Resp.: *a)*  $1.425 \text{ r.p.m.}$  *b)*  $0,8173.$ ]

**4.14.** El circuito equivalente de un motor de inducción trifásico de 4 polos, conectado en estrella, presenta los siguientes valores:  $R_1 = R'_2 = 0,85 \Omega$ ;  $X_{cc} = 5 \Omega$ . Si la red tiene una tensión de 380 V, 50 Hz, calcular: a) Corriente de arranque y de plena carga, si el deslizamiento en este último régimen es del 4 por 100; b) par de arranque y de plena carga; c) velocidad del motor cuando consume una corriente mitad de la de arranque y par electromagnético desarrollado por la máquina en ese instante. Prescídase de la rama paralelo del circuito equivalente.

[Resp.: a) 41,54 A; 9,68 A. b) 28 N.m; 38 N.m. c) 1.350 r.p.m.; 69,5 N.m.]

**4.15.** Un motor trifásico de jaula de ardilla, tiene una impedancia del estátor despreciable. La capacidad de sobrecarga,  $T_{\text{máx}}/T_n$ , vale 2,5 y el cociente par de arranque a par nominal es igual a 1,5. Calcular el deslizamiento a plena carga y el deslizamiento al cual se obtiene el par máximo.

[Resp.: 6,96%; 33,33%.]

**4.16.** Un motor de inducción trifásico de 4 polos, 50 Hz, tiene una capacidad de sobrecarga de 2,5 y desarrolla su par máximo a 900 r.p.m. Calcular: a) Deslizamiento a plena carga; b) ¿cuál será la tensión mínima que debe aplicarse a la máquina, expresada en tanto por ciento de la asignada, para obtener el par de plena carga en el arranque? NOTA: Despreciar la impedancia del estátor.

[Resp.: a) 8,34%. b) 76,15%.]

**4.17.** Se tiene una estación de bombeo de agua que lleva una bomba centrífuga que tiene incorporado un motor asíncrono trifásico en jaula de ardilla de 15 CV, 380-220 V, 50 Hz, 6 polos, y que tiene los siguientes parámetros:  $R_1 = R'_2 = 0,8$  ohmios;  $X_1 = X'_2 = 2$  ohmios;  $P_{Fe} = P_m = 0$  (se puede prescindir de la rama paralelo del circuito equivalente): a) Si la red es de 380 V, 50 Hz, ¿cómo se conectará el motor? Dibuje el cuadro de bornes. Indique el nombre correcto de los terminales; b) conectado el motor correctamente, de acuerdo con el apartado a), ¿cuál será el par de arranque del motor con tensión asignada? Si el par resistente por la bomba en el arranque es de 50 N.m, ¿arrancará el motor?; c) si en régimen permanente el par resistente es igual a 100 N.m, ¿cuál será la velocidad a la que girará el motor? (de las dos soluciones obtenidas tómese la más lógica); d) ¿qué corriente absorberá el motor en el caso anterior? ¿Cuánto valdrá la potencia desarrollada por el motor en el eje?; e) si el motor se alimenta por medio de un **transformador ideal** de relación 15 kV/380 V  $\pm$  5 por 100, conexión Dy11, a través de una línea trifásica de impedancia  $0,1 + j 0,5$  ohmios/fase, ¿arrancará el motor? (recuérdese que el par resistente en el arranque es de 50 N.m. En caso negativo, ¿qué procedimiento sería el más adecuado para que pueda arrancar el motor? NOTA: La línea está en el lado de B.T. del transformador y se conecta a la toma de 380 V del mismo.

[Resp.: a) Estrella. b) 59,44 N.m, y arrancará el motor, ya que 59,44 N.m > 50 N.m. c) 925 r.p.m. d) 18,08 A; 9,66 kW. e) Con 380 V el motor no arranca. Si se utiliza la toma +5% del transformador, es decir, si la tensión secundaria es de 380 V + 5% 380 = 399 V, se produce un par de 52,55 N.m, que es superior a 50 N.m, por lo que de este modo arrancará el motor.]



permaneció como ingeniero consultor en esta empresa el resto de su vida. Dotado de una gran inventiva, Thomson obtuvo patentes por sus mejoras en el diseño de motores de c.a. y transformadores. Inventó un generador de alta frecuencia, etc. Hizo contribuciones importantes en radiología, mejorando los tubos de rayos X y siendo pionero en hacer radiografías estereoscópicas. Se le atribuyen más de 700 patentes en todos los campos de la ingeniería eléctrica. Fue Rector del *Massachusetts Institute of Technology* entre 1921 y 1923.

**VEINOTT, Cyril G.** (1905-2001). Ingeniero americano. Se graduó en la Universidad de Vermont (1926). Trabajó en la compañía Westinghouse, dedicándose al diseño y desarrollo de motores eléctricos de pequeña potencia. En 1953 ingresó en la *Reliance Electric Co.*, donde fue pionero en la aplicación de los ordenadores al diseño de motores fraccionarios. Autor de numerosos artículos sobre máquinas eléctricas. Escribió varios libros sobre diseño de motores fraccionarios y sobre cálculo y construcción de motores de inducción. Fellow del IEEE en 1948. En 1951 se le otorgó el Doctorado Honoris Causa por la Universidad de Vermont. Recibió en 1977 la medalla Tesla del IEEE y en el año 2000 la medalla de honor.

## Referencias

- ALGER, P. L.: *Nature of Polyphase Induction Machines*. J. Wiley, New York, 1951.
- COCHRAN, P.: *Polyphase Induction Motors: Analysis, Design, and Application*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1989.
- COLLI LANZI, C.: *Ejes eléctricos: accionamientos y automatismos*. Ed. Técnicas Rede, Barcelona, 1964.
- COGDELL, J. R.: *Fundamentos de Máquinas Eléctricas*. Pearson Educación, México, 2002.
- CORTES, M.: *Curso Moderno de Máquinas Eléctricas Rotativas*, tomo III. Ed. Técnicos Asociados, Barcelona, 1973.
- CHAPMAN, S. J.: *Máquinas Eléctricas*. McGraw-Hill Latinoamericana, S. A. Bogotá, Colombia, 1987.
- CHATELAIN, J.: *Machines Électriques. Traité d'électricité*, Vol. X. Ed. Georgi, Lausanne, 1983.
- CHILKIN, M.: *Accionamientos eléctricos*. Ed. Mir, Moscú, 1972.
- DAGNEAUX, J; LULLY, R.: *Electrotecnia. Teoría general y máquinas de corriente continua y de corriente alterna. Tomo II*. Editorial Dossat, S.A., Madrid, 1962.
- DEL TORO, V.: *Electric Machines and Power Systems*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1985.
- DRAPER, A.: *Electrical Machines*. Longman Group, London, 1971.
- ENGELMAN, R. H.: *Static and Rotating Electromagnetic Devices*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1982.
- FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, CH.; UMANS, S. D.: *Electric Machinery*, Fourth Ed. (S. I.). McGraw-Hill Book Co., New York, 1985.
- FOUILLÉ, A.: *Électrotechnique a l'usage des ingénieurs. Tome 2: Machines Électriques. Huitième Édition*; Paris, 1969.
- GONZÁLEZ-LLANOS, J. M.: *Curso de Máquinas Eléctricas. Tomo II*. Editorial Litografía e Imprenta Roel, La Coruña, 1955.
- IVANOV-SMOLENSKY, A. V.: *Electric Machines*, tomo 2. Mir Publishers, Moscow, 1982.
- KOSOW, I.: *Electric Machinery and Transformers*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
- KOSTENKO, M. P.; PIOTROVSKI: *Máquinas Eléctricas*, tomo II. Ed. Mir, Moscú, 1975.
- KOVACS, P. K.: *Transient Phenomena in Electrical Machines*. Elsevier, Akademiai Kiadó, Budapest, 1984.

- LAITHWAITE, E. R.: *Máquinas de Inducción Especiales*. Ed. Labor, Barcelona, 1976.
- LANGSDORF, A. S.: *Teoría de las máquinas de C.A.* Ed. Castillo, Madrid, 1967.
- LLADONOSA, V.: *Arranque de motores mediante contactores. Parte III: por conmutación estrella-triángulo resistencias-triángulo*. Marcombo Boixareu Editores. Barcelona, 1987.
- MABLEKOS, V. E.: *Electric Machine Theory for Power Engineers*. Harper & Row Pub., New York, 1980.
- MATSCH, L. W.: *Máquinas Electromagnéticas y Electromecánicas*. Representaciones y Servicios de Ingeniería S. A., México, 1972.
- MCPHERSON, G.: *An Introduction to Electrical Machines and Transformers*. John Wiley & Sons, New York, 1981.
- MOELLER, F.; KUBLER, E.; WERR, TH.: *Electrotecnia general y aplicada*, tomo II, 1.<sup>a</sup> parte. Ed. Labor, Barcelona, 1961.
- NAGRATH, I. J.; KOTHARI, D. P.: *Electric Machines*. Tata McGraw-Hill Pub., New Delhi, 1985.
- O'KELLY, D.: *Performance and Control of Electrical Machines*. McGraw-Hill Book Co., London, 1991.
- RAMSHAW, R.; VAN HEESWIJK, R. G.: *Energy Conversion, Electric Motors and Generators*. Saunders College Publishing, A Division of Holt, Rinehart and Winston, Philadelphia, 1990.
- RAP, J.: *Teoría y cálculo de los bobinados eléctricos*. Editorial Vagma, Bilbao, 1973.
- RAWCLIFFE, G. H.; BURBIDGE, R. F.; FONG, W.: *Induction motor speed changing by pole-amplitude modulation*. Proceeding IEE, 105A, pp. 411-419, (1958); *Speed-changing induction motors further development in p.a.m.*, *Ibid*, 107A, pp. 513-528, (1960).
- SAY, M. G.: *Alternating Current Machines*. Pitman Pub Co., London, 1976.
- SEGUIER, G.; NOTELET, F.: *Electrotechnique Industrielle*, Technique et Documentation, París, 1977.
- Siemens: *Manual de Baja Tensión. Indicaciones para la selección de aparatos de maniobra, instalaciones y distribuciones*. Siemens Aktiengesellschaft, Berlin, 1984.
- SLEMON, G. R.; STRAUGHEN, A: *Electric Machines*. Addison-Wesley Reading, Massachusetts, 1980.
- SMEATON, R. W.: *Motor Application and Maintenance Handbook*. McGraw-Hill, New York, 1969.
- SOLARI, C.: *Macchine Elettriche (funzionamento e prove). Volume secondo. Macchine a corrente alternate*. Editores Ulrico Hoepli, Milano, 1947.
- STEIN, R.; HUNT, W. T.: *Electric Power System Components: Transformers and Rotating Machines*. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1979.
- THALER, E. J.; WILCOX, M. L.: *Máquinas eléctricas: Estado dinámico y permanente*. Ed. Limusa-Wiley S.A., México, 1969.
- VEINOTT, C. G.: *Motores Eléctricos de Potencia Fraccionaria y Subfraccionaria*. Ed. Marcombo, Barcelona, 1978.
- WILDI, TH.: *Tecnología de los Sistemas Eléctricos de Potencia*. Ed. Hispano Europea S.A., Barcelona, 1983.
- YAMAMURA, S.: *Theory of Linear Induction Motors*. Halsted Press Book J. Wiley, New York, University of Tokyo, 1972.